

УДК 621.01

Владимиров Э. А., Шоленинов В. Е., Курташ С. В.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ МЕХАНИЗМОВ ВЫШЕ  
ВТОРОГО КЛАССА ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ**

При проведении различных расчётов рычажных механизмов необходимо знать передаточные функции их отдельных элементов. Передаточная функция нулевого порядка (ПФ0) – это зависимость линейной или угловой координаты элемента механизма от обобщённой координаты (ОК). Передаточные функции первого и второго порядков (ПФ1 и ПФ2) – это первая и вторая производные от ПФ0 по ОК. Векторный метод решения поставленной задачи основан на том, что численные значения ПФ1 и ПФ2 элементов механизма равны соответственно их скоростям и ускорениям при угловой скорости и угловом ускорении начального звена  $w_I = 1$  рад/с и  $e_I = 0$  рад/с<sup>-2</sup>. Если начальным звеном является ползун, то это условие выполняется при  $V_I = 1$  м/с и  $a_I = 0$  м/с<sup>2</sup>. Таким образом, задача по определению передаточных функций сводится к определению скоростей и ускорений графическим методом планов. Реализация этого метода вручную связана с двумя существенными недостатками: большой трудоёмкостью и низкой точностью. Использование компьютерной техники, в частности среды AutoCad, снимает эти проблемы, так как в этом случае точность геометрических построений такая же, как и аналитических методов расчёта, а трудоёмкость может быть радикально снижена за счёт автоматизации процессов программирования.

Как известно, построение планов скоростей и ускорений рычажных механизмов выполняется последовательно по структурным группам Ассура. Причём решение этой задачи для двухзвенных групп не представляет затруднений, а методика описана в любом учебнике по ТММ. Задача усложняется для структурных групп с числом звеньев больше двух, однако и в этом случае она может быть решена с помощью особых точек Ассура [1]. При этом трудоёмкость построений существенно возрастает.

Рассмотрим другую методику решения этой задачи, основанную на том, что многие механизмы выше второго класса за счёт изменения начального звена могут быть преобразованы в механизм второго класса, для которых эта задача является тривиальной [1].

В статье [2] подробно рассматривается методика определения скоростей элементов шестизвенной структурной группы путём построения плана скоростей для механизма с изменённым начальным звеном, и в заключение отмечается, что методика определения ускорений является аналогичной. Однако при определении ускорений этим методом возникают существенные трудности, не рассмотренные в этой статье, которые проанализируем ниже на примере механизма чушколомателя [3], представленного на рис. 1, а. Если начальным звеном является кривошип 1, то механизм содержит четырёхзвенную группу Ассура с базовым звеном 3 и является механизмом третьего класса. Если в качестве начального звена принять коромысло 4, то механизм содержит две двухзвенные структурные группы: (3–5) второго вида и (1–2) первого вида и является механизмом второго класса, а схема механизма для произвольного положения коромысла 4 может быть построена методом засечек.

При построении планов скоростей и ускорений будем учитывать, что ПФ1 точки начального звена, например точки *A* кривошипа, является вектором, длина которого в соответствии с правилом дифференцирования векторной функции по скалярному аргументу равна  $OA$  и который повернут относительно  $OA$  на  $90^\circ$  против часовой стрелки. Модуль вектора ПФ2 точки *A* кривошипа будет также равен  $OA$  и повернут относительно вектора ПФ1 на  $90^\circ$  против часовой стрелки.

На рис. 1, б представлен план скоростей механизма для случая, когда в качестве начального звена принято коромысло 4. В этом случае длина вектора  $\vec{V}_C pc = DC$  и он перпендикулярен продольной оси коромысла  $DC$ . Скорость точки  $E$  определяется на основании векторного уравнения:

$$\vec{V}_E = \vec{V}_C + \vec{V}_{EC} \tag{1}$$

с учётом направления движения ползуна. После этого скорость точки  $B$  определяем на основании теоремы подобия [1]. Далее скорость точки  $A$  определяем на основании двух векторных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{V}_{AB} \\ \vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{V}_{AO} \end{array} \right\} \tag{2}$$

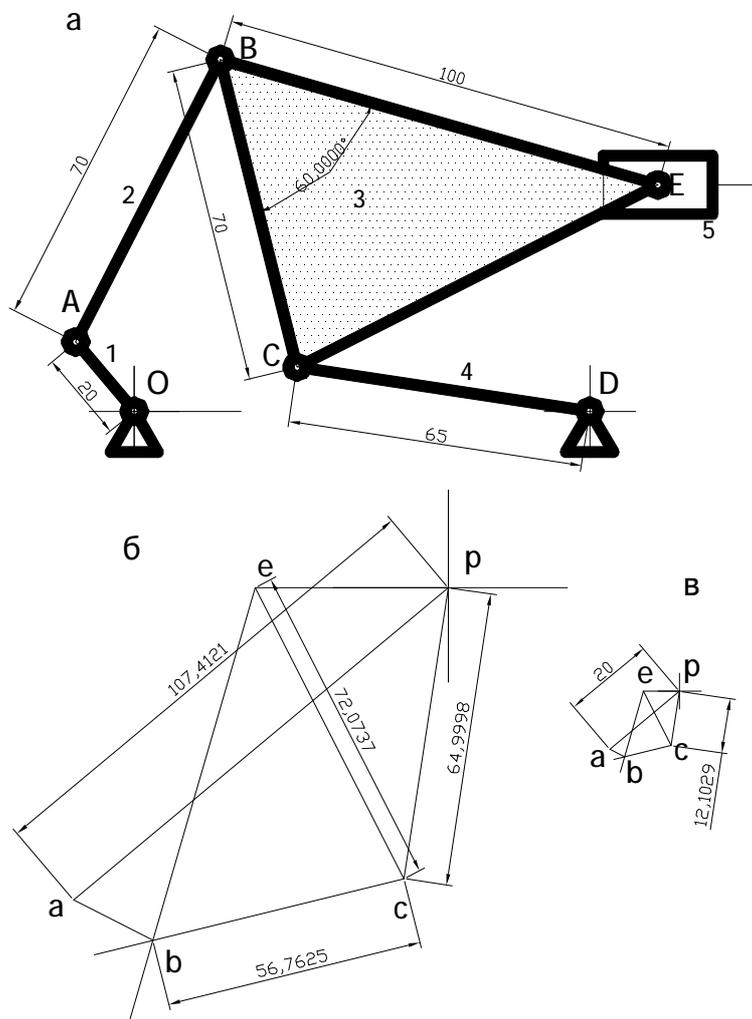


Рис. 1. Схема механизма чушколомателя и планы скоростей:

а – кинематическая схема механизма; б – план скоростей для заменяющего механизма; в – план скоростей для рассчитываемого механизма

Все построения в среде AutoCAD без особых комментариев приведены на рис. 1, б. результате построений длина вектора скорости точки  $A$  оказалась равной 107,412 мм. Если же точка  $A$  принадлежит начальному звену 1, то её ПФ1 должна равняться длине кривошипа,

т. е. 20 мм. В связи с этим выполним масштабирование построенного плана с коэффициентом подобия равным 20/107,412. На рис. 1, в представлен полученный план ПФ1 для механизма третьего класса.

Для определения таким же способом ПФ2 элементов механизма второго класса следует построить его план ускорений. Однако при этом возникают упомянутые выше трудности, которые заключаются в следующем. Если предположить, что ПФ2 точки  $C$  коромысла имеет только нормальную составляющую и равна длине коромысла, то в результате построений плана вероятнее всего окажется, что направление вектора ПФ2 точки  $A$  кривошипа не совпадает с продольной осью кривошипа, что не соответствует конфигурации механизма третьего класса.

Целью настоящей работы является изложение алгоритма построения плана ускорений для случая преобразования механизма сложной структуры в механизм второго класса.

Для этого при задании ускорения точки  $C$  механизма второго класса следует задать не только нормальную составляющую ПФ2 равную длине коромысла, но и тангенциальную составляющую, длина которой заранее не известна. Для преодоления возникшей проблемы проанализируем связь между угловыми ускорениями коромысла 4 и кривошипа 1 в механизме третьего класса в виде [4]:

$$e_4 = w_1^2 j_4'' + e_1 j_4' , \quad (3)$$

где  $j_4'$  и  $j_4''$  – угловые ПФ1 и ПФ2 коромысла, зависящие только от конфигурации механизма.

Из этого выражения видно, что при конкретном положении звеньев механизма угловые ускорения  $e_1$  и  $e_4$  связаны линейной зависимостью. В связи с этим может быть предложен следующий алгоритм построения искомого плана ускорений. Следует задаться нормальной составляющей ускорения точки  $C$  коромысла равной длине коромысла и произвольной величиной тангенциальной составляющей. После этого по векторным уравнениям, записанным для групп Ассур сначала второго, а затем первого вида последовательно определить ускорение точки  $E$  ползуна 5, точки  $B$  (на основании теоремы подобия) и затем точки  $A$  кривошипа. Вероятнее всего вектор ускорения точки  $A$  будет иметь нормальную и тангенциальную составляющие. Следует выделить последнюю и зафиксировать её длину. Аналогичные построения следует повторить для другого значения тангенциальной составляющей точки  $C$  коромысла и зафиксировать новое значение тангенциальной составляющей ускорения точки  $A$  кривошипа. После этого методом линейной интерполяции следует определить значение тангенциальной составляющей точки  $C$  коромысла, при которой величина тангенциальной составляющей ускорения точки  $A$  равна нулю. План ускорений, построенный при полученном значении тангенциальной составляющей, будет подобен искомому плану ускорений механизма второго класса.

Реализацию этого алгоритма рассмотрим на примере построения плана ускорений чухоломателя (рис. 2, а). Поскольку начальным звеном принято коромысло 4, то нормальная составляющая ускорения точки  $C$   $pn_c = CD = 65$  мм. Произвольно принимаем величину отрезка, отображающего тангенциальную составляющую ускорения,  $n_c c = 10$  мм. Для определения ускорения точки  $E$  используем векторное уравнение:

$$\mathbf{a}_E = \mathbf{a}_C + \mathbf{a}_{EC}^n + \mathbf{a}_{EC}^t \quad (4)$$

и тот факт, что ползун 5 движется вдоль горизонтальной направляющей. На плане ускорений

$a_C = p \times c$  и  $a_{EC}^n = cn_e = \frac{(ec)^2}{CE}$ , где  $ec = 72,0737$  мм – длина вектора на плане скоростей.

Учитывая, что вектор  $\mathbf{a}_{EC}^t$  перпендикулярен  $EC$ , а вектор  $\mathbf{a}_E$  горизонтален, на плане ускорений получим точку  $e$ . Получив на плане отрезок  $ec$ , следует построить треугольник  $ecb$ , подобный треугольнику  $ECB$  на схеме механизма, и получить вектор ускорения точки  $B$   $\dot{p}b$ .

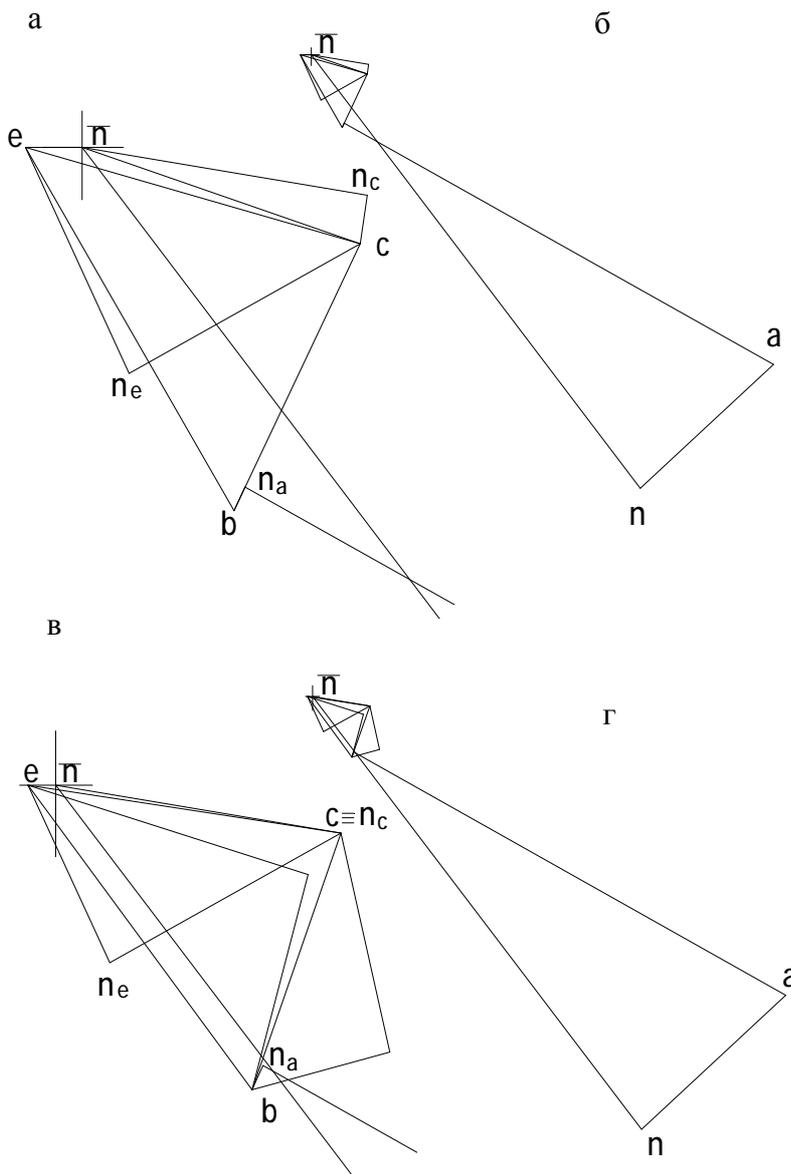


Рис. 2. Планы ускорений для механизма второго класса:

а – фрагмент плана ускорений для первого значения тангенциальной составляющей ускорения точки *C* коромысла; б – полный план ускорений для первого значения тангенциальной составляющей ускорения точки *C* коромысла; в, г – то же для второго значения тангенциальной составляющей ускорения точки *C* коромысла

Тогда длину вектора  $n_{c}$ , при которой величина  $na$  окажется равной нулю, можно определить линейной интерполяцией:

$$n_{c,c} = \frac{212,7197 \cdot 10}{212,7197 - 196,1948} = 128,7268 \text{ мм.}$$

После этого можно найти ускорение точки *A* на основании следующих векторных уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{a}_A^n &= \mathbf{a}_B^n + \mathbf{a}_{AB}^n + \mathbf{a}_{AB}^t \\ \mathbf{a}_A^n &= \mathbf{a}_{AO}^n + \mathbf{a}_{AO}^t \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

где  $a_{AB}^n = bn_a = \frac{(ab)^2}{AB}$ ;

$a_{AO}^n = pn = \frac{(pa)^2}{OA}$ ; *ab* и *pa* – отрезки из плана скоростей; *AB*, *OA* – отрезки со схемы механизма.

Дальнейшие построения показаны в увеличенном масштабе на рис. 2, б с учётом того, что вектор  $\mathbf{a}_{AB}^t$  перпендикулярен *AB*, а вектор  $\mathbf{a}_{AO}^t$  перпендикулярен *OA*. На их пересечении получаем точку *a*, так что отрезок *na* представляет тангенциальную составляющую ускорения точки *A*. Аналогичные построения выполнены на рис. 2, в, г в предположении, что тангенциальная составляющая ускорения точки *C* коромысла 4 равна нулю, то есть  $nc \equiv c$ . В результате этих построений получено новое значение тангенциальной составляющей ускорения точки *A*.

Таким образом, в результате выполненных построений получено, что при длине вектора  $n_{c,c} = 10$  мм тангенциальная составляющая  $na = 196,1948$  мм, а при  $n_{c,c} = 0 - na = 212,7197$  мм.

На рис. 3 выполнены построения плана ускорений для этой величины тангенциальной составляющей ускорения точки  $C$  коромысла. С точностью до четвёртого знака после запятой оказалось, что точки  $n$  и  $a$  совпадают, то есть тангенциальная составляющая ускорения точки  $A$  кривошипа равна нулю, что справедливо для исходного механизма третьего класса, а нормальная составляющая равна  $576,8712$  мм. Для получения окончательного результата, следует выполнить масштабирование полученного плана с коэффициентом  $65/576,8712$ . Правильность полученных результатов была подтверждена аналитическим расчётом передаточных функций механизма по методике, изложенной в работе [5].

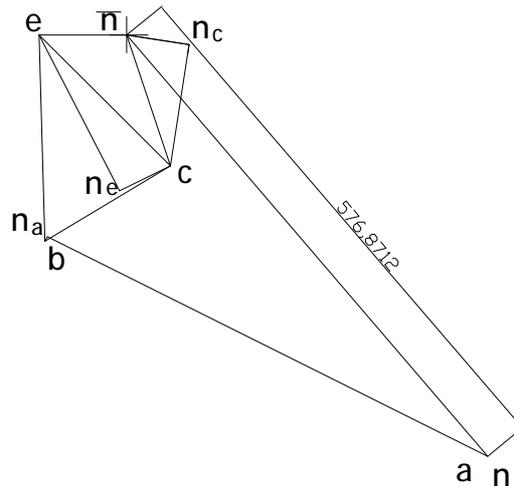


Рис. 3. План ускорений чушколомателя

Рассмотренная методика преобразования сложного механизма в механизм второго класса была использована также для определения передаточных функций механизма третьего класса аналитическим методом с помощью ПЭВМ. Существенно то, что при этом оказалось возможным использовать процедуры для расчёта передаточных функций элементов групп Ассур второго класса.

### ВЫВОДЫ

Разработанная методика позволяет существенно упростить определение передаточных функций, плоских механизмов сложной структуры, если за счёт изменения начального звена они могут быть преобразованы в механизм второго класса. При этом объём работы возрастает, так как для каждого положения механизма приходится строить три плана ускорений. В полной мере преимущества рассмотренной методики проявляются при расчёте механизмов на ЭВМ, так как возможно использование стандартных процедур для расчёта групп Ассур второго класса пяти видов [5].

### ЛИТЕРАТУРА

1. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – М. : Наука, 1979. – 576 с.
2. Сборник «Вестник Технологического университета Поділля» / под. ред В. И. Изюмского. – Хмельницький, 2002. – № 6. – С. 9–11.
3. Крайнев А. Ф. Словарь-справочник по механизмам / А. Ф. Крайнев. – М. : Машиностроение, 1987. – 560 с.
4. Владимиров Э. А. Комплексный расчёт рычажного механизма с помощью ПЭВМ / Э. А. Владимиров. – Краматорск, 2003. – 60 с.
5. Владіміров Е. О. Передатні функції плоских важільних механізмів / Е. О. Владіміров, В. Є. Шолєнінов, Н. В. Чоста. – Краматорск, 2007. – 128 с.